Жылуэнергетикасындағы сандық әдістер

Лекция 4

<u>Полиномды аппроксимация әдісі</u>

Лектор: Оспанова Ш.С., PhD, аға оқытушы

Шекті-айырымды қатынастарды алудың тағы бір әдісі параметрлері бар аппроксимациялайтын аналитикалық функцияны қолданудың негізінде жатыр. Бұл функция тор түйіндеріндегі мәндер арқылы тұрғызылып, содан соң аналитикалық жолмен дифференциалданады. Бұл тәжірибелік мәліметтер бойынша туындыларды анықтаудың қарапайым әдісі болып табылады.

Идеал түрде аппроксимациялайтын функцияның түрі жуықталған аналитикалық шешіммен анықталуы тиіс, алайда, әдетте, аппроксимациялаушы функциялар ретінде полиномдар пайдаланылады. Осы әдісті біз параболалық аппроксимация мысалында көрсететін боламыз.

f функциясының мәндері *i-1, i* және *i+1* нүктелерінде берілген деп жорамалдап, *f(x)* функциясына параболалық аппроксимация жүргізейік:

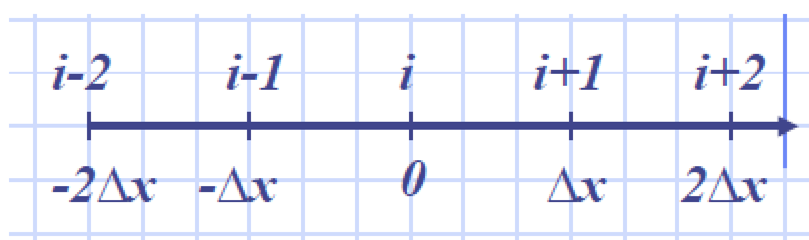
$$f(x)=a+bx+cx^2+dx^3+\ldots \qquad (1)$$

Бірінші және екінші туындыларды анықтайық:

$$\frac{df}{dx}=b+2cx+3dx^2+\ldots \qquad (2) \qquad \Rightarrow \qquad \left.\frac{df}{dx}\right|_i=b$$

$$\frac{d^2f}{dx^2}=2c+6dx+\ldots \qquad (3) \qquad \Rightarrow \qquad \left.\frac{d^2f}{dx^2}\right|_i=2c$$

Жеңіл болу үшін санақ басы ретінде *(x = 0) i* нүктесін алайық.



Онда (1) теңдеуді *i-1, i* және *i+1* нүктелерінде қатарға жіктеу арқылы мынаны аламыз:

$$f_{i-1} \approx a - b\Delta x + c\Delta x^2 - d\Delta x^3 \qquad (4)$$

$$f_{i+1} \approx a + b\Delta x + c\Delta x^2 + d\Delta x^3 \qquad (5)$$

$$f_i = a \qquad (6)$$

(4) пен (5) өрнектерді қосу арқылы мынаны аламыз:

$$f_{i-1} + f_{i+1} \approx 2a + 2c\Delta x^2.$$

$f_i = a$ ескере отырып, *c*-ны табамыз:

$$2c \approx \frac{f_{i+1} + f_{i-1} - 2f_i}{\Delta x^2}$$

екінші ретті туынды үшін ШАС

$$f_{i+1} \approx a + b\Delta x + c\Delta x^2 + d\Delta x^3 \longrightarrow b \approx \frac{f_{i+1} - a}{\Delta x} = \frac{f_{i+1} - f_i}{\Delta x}$$

$$\Rightarrow \left.\frac{df}{dx}\right|_i = b \qquad f_i = a \qquad \left.\frac{df}{dx}\right|_i = b \approx \frac{f_{i+1} - f_i}{\Delta x}$$

бірінші ретті туынды үшін «алға» ШАС

$$f_{i-1} \approx a - b\Delta x + c\Delta x^2 - d\Delta x^3 \longrightarrow -b \approx \frac{f_{i-1} - a}{\Delta x} = \frac{f_i - f_{i-1}}{\Delta x}$$

$$\Rightarrow \left.\frac{df}{dx}\right|_i = b \qquad f_i = a \qquad \left.\frac{df}{dx}\right|_i = b \approx \frac{f_i - f_{i-1}}{\Delta x}$$

бірінші ретті туынды үшін «артқа» ШАС

$$f_{i+1} \approx a + b\Delta x + c\Delta x^2 + d\Delta x^3 \quad (4)$$

$$f_{i-1} \approx a - b\Delta x + c\Delta x^2 - d\Delta x^3 \quad (5)$$

$$f_{i+1} - f_{i-1} \approx 2b\Delta x$$

$$b \approx \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2\Delta x}$$

бірінші ретті туынды үшін «орталық» ШАС

Мысал

$$\left.\frac{\partial f}{\partial y}\right|_{i,j} = \frac{f_{i,j+1} - f_{i,j-1}}{2\Delta y}$$

Бірінші ретті туынды үшін «орталық» шекті-айырымды сызба

$$f(y)=a+by+cy^2+dy^3+\dots$$

$$\frac{df}{dy} = b + 2cy + 3dy^2 + \dots \quad \Rightarrow \quad \left.\frac{df}{dy}\right|_j = b$$

$$f_{j+1} = a + b\Delta y + c\Delta y^2 + d\Delta y^3 + \dots \text{(1)}$$

$$f_{j-1} = a - b\Delta y + c\Delta y^2 - d\Delta y^3 + \dots \text{(2)}$$

$$-$$

$$f_{j+1} - f_{j-1} = 2b\Delta y$$

$$\left.\frac{df}{dy}\right|_{i,j} = b = \frac{f_{i,j+1} - f_{i,j-1}}{2\Delta y}$$